

**COMPLESSITÀ:
PAROLA DEL DISCORSO PUBBLICO.
PAROLA DELLE SCIENZE MATEMATICHE**

GIOVANNI PISTONE

SOMMARIO. La complessità è un concetto oggi insopprimibile del discorso pubblico che cerca di tematizzare la nostra effettiva esperienza. Ma la retorica non ha strumenti efficaci di analisi. Si sente dire: “Il tutto è più della somma delle sue parti”, “Non ogni cosa o è bianca o è nera”, “Certe situazioni vanno affrontate con dialettica”, “Il caso e la necessità comandano la nostra vita”, tutti enunciati corretti, ma che non aiutano molto. Lo stesso vale anche per altri concetti vicini, come caos o aleatorio. A partire dall’800, la scienza e la filosofia hanno cominciato a lavorare su questo, ottenendo una serie di risultati significativi per o predire, o descrivere, o spiegare vari ambiti, appunto, complessi. Gli esempi di applicazione sono molti: la biologia, la fisica statistica, l’evoluzione, le reti sociali. In particolare, la ricerca matematica applicata ha sviluppato nozioni astratte ma efficaci e su queste si lavora in modo sistematico. Questa conversazione presenta alcuni di questi nuovi concetti, come interazione, emergenza, causalità discendente, grafo, semplice, e illustra alcuni dei filoni di ricerca.

Nota: Questo testo è stato preparato per l’incontro del 20 marzo 2013 della associazione *Il salotto delle Idee “Be curious”* di Torino. Rielabora e sviluppa un intervento fatto la sessione *Le parole della scienza* seguita al convegno **COMPLESSITÀ E STRUTTURA**, organizzato da Sefir all’Università Lateranense il 25 novembre 2011, in pubblicazione sulla rivista **NUOVA CIVILTÀ DELLE MACCHINE**. Nella versione in rete, le parole in carattere maiuscoltto sono attive.

1. COMPLESSO O DIFFICILE?

Dopo le recenti elezioni politiche, la stampa parla di “complessità del quadro politico.” Qui per complessità si intende la difficoltà di una situazione in cui bisogna arrivare a comporre posizioni molto distanti per ottenere un voto di fiducia al governo. In questo senso l’idea è quella di una situazione non chiara, in cui è difficile orientarsi per la presenza di molti stimoli contraddittori. Cioè, nel linguaggio corrente un oggetto complesso è un oggetto di cui non si possono dare regole semplici di funzionamento.

Questa accezione di complessità si trova anche nel linguaggio scientifico. Ad esempio la complessità computazionale degli informatici è una misura del tempo necessario per eseguire un programma calcolata riscrivendolo idealmente in un linguaggio di riferimento, per esempio la macchina di TURING.

Altri ostacoli possono rendere difficile la prevedibilità di un fenomeno, la sua casualità o il suo comportamento caotico. L’effetto di una terapia dipende dalle condizioni del paziente, che però non sono note a chi produce il farmaco: dunque la ricerca farmaceutica usa necessariamente ed efficacemente metodi statistici. Un sistema caotico è un sistema che sembra casuale, ma in effetti non lo è. Il movimento dell’atmosfera sulla terra è perfettamente deterministico, ma la limitatezza e la forma stessa della superficie terrestre rendono inevitabile la formazione di vortici e di un comportamento caotico.

Il concetto contemporaneo di sistema complesso è diverso da questi e non ha a che fare con la difficoltà di assegnare regole semplici di funzionamento, ma con la presenza di vari livelli di funzionamento, cioè con la possibilità di osservarlo da vari punti di vista, tipicamente una vista locale ed una vista globale.

Dice Klaus Mainzer, professore dell’università di Augusta e autore di un libro di grande successo sul tema, che la complessità

È una metodologia interdisciplinare per spiegare l’emergenza di certi fenomeni macroscopici tramite le interazioni non lineari di elementi microscopici di sistemi complessi.¹

È una frase molto densa, che ha il pregio di introdurre molte delle parole chiave del discorso sulla complessità.

Metodologia: è una visione complessiva intesa ad inquadrare singole attività di conoscenza e azione.

Interdisciplinare: non è limitata ad una singola scienza o tecnologia.

Emergenza: sistemi superiori nascono da una base inferiore, così come la vita emerge dalla materia inanimata.

Fenomeni macroscopici: sono quelli che si vedono osservando il tutto più che le parti.

Interazioni non lineari: sono quelle i cui effetti non sono proporzionali alla sollecitazione.

Elementi microscopici: sono i singoli elementi che costituiscono il substrato del livello superiore.

Sistemi complessi: sono quelli in cui gli elementi microscopici possono entrare in relazione per far emergere il livello superiore.

Il fatto che nel reale ci siano vari livelli, ciascuno dei quali sembra avere le sue leggi proprie, è un fatto evidente da sempre. Il pensiero antico ordinava il mondo in gerarchie, per esempio Genesi 1 propone una gerarchia di livelli che chiama *giorni*: la luce → il cielo e le acque → la terra, i mari, la vegetazione → il sole e la luna → gli uccelli e i pesci → gli animali e l’umanità → il Sabato. Sulla base di questo, nel medioevo la scienza e la legge sono organizzate anch’esse in gerarchie.

In epoca moderna si afferma il riduzionismo, cioè la scoperta che alcuni livelli sono solo apparenti e sono soggetti in effetti alle stesse leggi naturali. Il primo grande successo è quello ottenuto da Newton, che si appoggia la sua ricerca su due grandi principi metodologici: primo, con Galileo, la lingua della natura è la matematica; secondo, le leggi della meccanica sono le stesse sulla terra e in cielo. Un altro grande successo è l’evoluzionismo di Darwin, che riunisce tutte le specie viventi e spiega la variabilità delle forme con il duplice meccanismo della variazione casuale e della sopravvivenza del più adatto.

Ma esistono anche sviluppi che sembrano andare in direzione diversa, quella della differenziazione: in fisica, la meccanica

¹Klaus Mainzer, *Thinking in complexity* 5 ed, Springer 2007, p.1

e la termodinamica sembrano obbedire leggi diverse, perchè l'una prevede la reversibilità del tempo e l'altra l'irreversibilità dei fenomeni e la fisica dei quanti trova leggi diverse, deterministiche nel macroscopico, indeterministiche nel molto piccolo. Il paradigma della complessità interviene quando si riconoscono due livelli insopprimibilmente diversi, ma collegati dal fatto di influenzarsi vicendevolmente secondo meccanismi che sono oggetto della scienza.

Non si tratta solo di speculazioni filosofiche, per quanto interessanti. Recentemente, il termine complessità ha avuto un grande favore nell'ambito della scienza, della tecnologia, della gestione e della politica: l'Unione Europea e altri organismi di promozione delle scienze applicate hanno favorito la nascita di centri di ricerca sulla complessità, alcuni dei quali operano a Torino. L'Unione Europea probabilmente finanzia un grande progetto di ricerca sulla complessità, avendo come applicazione principale i sistemi sociali quali la sanità e i trasporti. In questo contesto ricercatori fisici e matematica discutono un certo numero di metodologie e concetti che si spera suscettibili di sviluppo (e di essere finanziati).²

2. UN ESEMPIO: GOOGLE

GOOGLE INC. è un'azienda americana fondata nel 1998 da due studenti dell'università di Stanford, Sergej Brin e Lawrence (Larry) Page, a partire da un loro articolo sui motori di ricerca. Come si fa a consultare un archivio molto grande? La soluzione classica è preparare degli indici ordinati sulla base di criteri univoci, come la data o l'ordine alfabetico. Ma la rete è troppo grande e sarebbe comunque inaccessibile in tempi ragionevoli; inoltre non è stabile, ma in continuo cambiamento. Brin e Page hanno l'idea di fare un indice non dell'archivio stesso, ma delle consultazioni che sono state fatte, in sostanza non della rete stessa, ma del traffico sulla rete. I dati sulla rete sono contenuti in pagine, ciascuna delle quali è gestita indipendentemente da un proprio redattore e che sono collegate tra di loro. Le pagine che hanno più collegamenti hanno peso maggiore e quelle che sono collegate ad una pagina importante ereditano importanza. Questo si può mettere in matematica e produrre un algoritmo che regola la produzione degli opportuni indici. Quando il sistema è stato messo in opera ha avuto in enorme successo e ha fatto nascere una attività collegata all'ordinamento stesso intesa a promuovere l'accessibilità di certe pagine. Dalle rete, intesa come pagine collegate tra di loro, con i loro contenuti, è emerso un nuovo livello superiore, quello dello del traffico, appoggiato non sui dati stessi, ma sul traffico delle ricerche. C'è anche un effetto di *causalità discendente*, perchè le attività sul traffico possono condurre all'apertura o alla chiusura di pagine. Il paradigma della complessità è particolarmente efficace a descrivere che cosa succede. Il traffico sulla rete non esiste senza la rete stessa e d'altra parte non è completamente spiegato dai contenuti delle pagine in rete stessa. Infatti il meccanismo è tale che il traffico influenza se stesso, a volte indipendentemente dai contenuti.

3. FISICA

Il concetto di interazione resta comunque valido e utile anche nella teoria della complessità: una definizione possibile di tipo fisico è che un sistema complesso è quello in cui l'effetto delle interazioni è prevalente rispetto agli effetti dovuti ai singoli componenti. Sempre dalla fisica ci viene un ulteriore approfondimento, basato sulla osservazione che sistemi complessi presentano più scale dimensionali.

I sistemi complessi di interesse attuale presentano anche relazione tra effetti fisici che vivono in varie scale dimensionali, dal microscopico al macroscopico. Non si tratta solo di considerare contemporaneamente fenomeni diversi, l'uno di scala microscopica e l'altro di scala macroscopica, ma di considerare effetti microscopici e macroscopici nello stesso fenomeno. Sono concetti nati in Fisica Statistica, inizialmente come teoria del calore. Un gas è costituito da molte molecole, il moto di ciascuna delle quali è caratterizzato da quantità meccaniche: posizione, velocità, massa, dimensione. Le molecole interagiscono urtandosi e questo determina un comportamento collettivo macroscopico che è descritto da quantità fisiche macroscopiche: quantità di calore, temperatura.

Si tratta di una teoria classica che risale alle ricerche di LUDWIG BOLTZMANN (1844-1906) e WILLARD GIBBS (1839-1903). Genericamente, si può dire che la fisica statistica è la statistica applicata alla fisica, ed alcuni manuali dicono proprio questo. Ma questo non rende l'idea della grande svolta concettuale avvenuta nella fisica a cavallo tra '800 e il '900, simbolizzabile nella generale accettazione dell'esistenza degli atomi. La contraddizione tra la meccanica newtoniana e la termodinamica viene risolta distinguendo due livelli di descrizione, uno microscopico (newtoniano) e uno macroscopico (termodinamico). Le proprietà macroscopiche si spiegano e calcolano come comportamenti medi in presenza di molte particelle, collegando così, quantità fisiche come la quantità di moto con quantità termodinamiche come la temperatura.

Ci sono dunque due livelli di realtà che non corrispondono a due descrizioni imprecise e contraddittorie, ma corrispondono ad una struttura complessa, con leggi che permettono di legare l'una all'altra. Nell'ambito di questo programma di ricerca emergono alcuni concetti che saranno cruciali nelle ricerche sulla complessità.

Entropia L'entropia o informazione è una quantità associata alle distribuzioni di probabilità e ai sottoinsiemi di un insieme finito. È un mezzo di calcolo fondamentale, secondo alcuni una grandezza fisica, anche indipendentemente dalla interpretazione termodinamica. Produce in fisica un nuovo principio di minimo, come lo sono la minima azione, il minimo cammino.

Interazione Nella descrizione di Boltzmann le particelle interagiscono urtandosi, secondo uno dei paradigmi classici di casualità. Un altro famoso modello, quello di ferromagnetismo di ISING prevede oggetti discreti, gli spin, a valori 1, sistemati in un reticolo regolare, che interagiscono non urtandosi, ma attraverso il campo magnetico.

Locale/globale Nel modello di Ising le interazioni sono descritte localmente, ogni oggetto interagisce con quelli vicini. Questo produce una configurazione statistica globale espressa da una formula globale. Viceversa, dalla descrizione globale si può passare alla descrizione della dipendenza locale.

3.1. Un esempio: le epidemie. Secondo l'informatico PETER SLOOT dell'università di Amsterdam, lo studio delle pandemie, quale quella dell'AIDS, deve necessariamente fondarsi su una scienza della complessità che utilizza tutti gli strumenti che abbiamo descritto ed altri da sviluppare. Infatti una epidemia per sua natura si basa sulla trasmissione da individuo ad individuo, dunque sulle relazioni tra individui piuttosto che sugli individui stessi. Per questa ragione si tratta di valutare, a livello politico, se sono più efficaci investimenti sulla cura dei malati o investimenti sulla struttura della società intesi a modificare le interazioni tra gli individui.

²Esempi sono la rete di laboratori ASSYST e l'istituto ISI di Torino.

Questo problema presenta una enorme variabilità di scala: geni \rightarrow proteine \rightarrow cellule \rightarrow organi \rightarrow individui \rightarrow popolazione. All'interno di ogni livello si osservano dinamiche complesse e ad ogni passaggio di scala si osservano le dualità microscopico-macroscopico e locale-globale.

A valle di queste ricerche, Sloot conclude che nei grandi agglomerati urbani l'intervento sulle strutture sociali è molto più efficace del trattamento sistematico e che queste politiche sociali conviene siano accompagnate da diagnostiche mirate seguite da un opportuno trattamento medico.

3.2. Emergenza e causalità discendente. Se si vede il mondo come stratificato in gerarchie di livelli, ciascuno dei quali con proprie regole di funzionamento, si può argomentare che ogni livello superiore si appoggia ma non è determinato dalle leggi del livello inferiore. È una concezione più forte di quella che emerge dalla fisica statistica, che riconosce sì due livelli, uno microscopico e l'altro macroscopico, ma si ingegna comunque a ritrovare le leggi del macroscopico come comportamenti collettivi dei componenti microscopici. Nell'ambito della sociologia prima, poi della psicologia cognitiva ed evolutiva e della biologia evolutiva, è nata l'idea di una *causalità discendente* che vuole ritrovare l'influenza del livello superiore sul livello inferiore. Il termine è stato introdotto nel 1974 dal sociologo americano DONALD T. CAMPBELL (1916-1996). A questo stesso programma di ricerca appartengono altri termini intesi a tematizzare i complicati rapporti tra i vari livelli e la loro dinamica temporale: *epistemologia evolutiva*, *emergenza*.

4. LA MATEMATICA

La statistica tradizionale, cioè quella iniziata con Ronald Fisher (1890-1962), considera sistemi non complessi nel senso che possono sì avere interazioni, ma sono comunque sistemi di causa X ed effetto Y .

4.1. Interazione. Un ingrediente dei modelli matematici applicati ai sistemi sociali è un concetto che viene dalla statistica, quello di interazione. Consideriamo un effetto che dipende dai livelli di vari fattori. In un modello senza interazioni il livello dell'effetto dipende dal livello di ciascuno dei fattori e la quantità di effetto di ogni fattore non dipende dal livello degli altri.

In formule, l'effetto Y ha un livello di base m ed è proporzionale a ciascuno dei livelli dei fattori X_1 e X_2 ,

$$Y = m + aX_1 + bX_2.$$

Se faccio variare X_2 tenendo fisso X_1 al livello x_1 , l'effetto è

$$Y = (m + ax_1) + bX_2$$

ed è come se il livello di riferimento fosse passato da m a $(m + ax_1)$.

Se c' è interazione (nel senso statistico del termine) allora l'effetto della variazione di X_2 dipende dal livello di X_1 e l'effetto della variazione di X_1 dipende dal livello di $X - 2$. La formula lineare usata sopra non è più valida. La statistica cerca allora di misurare l'interazione separando gli effetti semplici dei fattori dall'effetto dell'interazione scrivendo formule del tipo

$$Y = m + aX_1 + bX_2 + cX_1X_2.$$

Le interazioni si possono rappresentare graficamente. Un sistema con due fattori A e B senza interazioni si rappresenta con due punti. Se c' è interazione con due punti uniti da un segmento. Se ci sono tre fattori A, B, C, la situazione si complica. Possono essere assenti le interazioni, possono esserci solo interazioni a due a due, ci possono essere interazioni

triple. Si pensi ad un comitato di tre persone A, B, C, che decidono

- (1) senza parlarsi $\{A, B, C\}$; oppure
- (2) scambiandosi telefonate a due a due $\{AB, AC, BC\}$; oppure
- (3) discutendo in una conferenza cui partecipano tutti $\{ABC\}$.

Oppure si pensi ad una persona A e due amanti B e C. Ci sono varie situazioni di relazione possibili:

- (1) B e C hanno rapporti solo con A: $\{AB, AC\}$; oppure
- (2) B e C si conoscono $\{AB, AC, BC\}$; oppure
- (3) si incontrano tutti insieme $\{ABC\}$.

Le dinamiche psicologiche sono molto diverse nei tre casi!

4.2. Grafo. I sistemi a più componenti e interazioni al più doppie si rappresentano bene con un GRAFO. Un grafo è costituito da una lista di vertici e da una lista di coppie di vertici che rappresentano le interazioni doppie esistenti nel sistema. La teoria matematica dei grafi è molto ricca ed è oggetto di intensa ricerca contemporanea.

Alcuni esempi che sono oggetto di intensa attività di ricerca.

Traffico Il traffico automobilistico in una strada ad una corsia prevede interazioni solo tra due auto vicine ed è rappresentabile con un grafo. Ma questo è solo un modello approssimativo nel caso di una autostrada a più corsie, dove il guidatore tiene conto sia delle auto che gli sono davanti che di quelle che lo seguono: la rappresentazione con un grafo non è adatta perché sono presenti interazioni multiple.

Reti Un secondo esempio sono i sistemi sociali a rete, come quelli che si hanno considerando tutti gli scambi a coppie nella rete Internet. Si pensi ad esempio agli scambi di messaggi di posta elettronica.

Sciame Un terzo esempio sono gli oggetti che si muovono in uno SCIAME. Ogni uccello dello sciame regola il proprio movimento sulla base dell'osservazione della posizione degli altri uccelli. Queste interazioni a coppie producono un comportamento coerente particolare.

4.3. Complesso simpliciale. Nel caso di interazioni multiple si preferisce la rappresentazione con un complesso simpliciale. Un COMPLESSO SIMPLICIALE è una collezione di sottoinsiemi di un insieme tale che, se contiene un insieme, allora contiene tutte le sue parti. Ad esempio

$$\{A, B, C, D, AB, AC, BC, ABC, AD\}$$

è un sistema di quattro persone A, B, C, D. le prime tre formano un gruppo ABC ed in particolare hanno rapporti a due a due AB, AC, BC. La quarta persona D ha rapporti solo con A. Questa struttura si rappresenta graficamente disegnando un quadrato di vertici A, B, C, D, evidenziando il triangolo pieno ABC e aggiungendo il segmento AD. I lati del triangolo ABC costituiscono il bordo del simpleso ABC. Questo linguaggio permette di descrivere efficacemente tutti i tipi di interazione e inoltre approfitta di una teoria matematica consolidata.

4.4. **Una teoria matematica.** Una delle definizioni più comuni di complessità è questa:

Il tutto è più della somma delle sue parti.

È il sottotitolo del disco *Inneres Auge* del cantante Franco Battiato, e compare frequentemente nella pubblicistica politica e divulgativa, di solito con intenzione di polemica antiriduzionista: la società è più degli individui che la compongono, un essere vivente è più delle sue cellule, il pensiero è più dei processi neurologici, Dio è più del Mondo. Questa frase viene da alcuni attribuita al filosofo classico Aristotele. Ma probabilmente, almeno nel senso attuale, ci viene dal pensiero vitalista del 18o secolo.

Il matematico e informatico NIHAT AY, dell'Istituto MAX PLANCK di Lipsia, ha sviluppato una definizione matematica di complessità che parte proprio dalla frase citata sopra e costituisce un bell'esempio di come funziona un modello matematico. Questo ricercatore considera un insieme di oggetti O , le parti, ed una classe di altri oggetti composti T , destinati a rappresentare il tutto. Il sistema di cui vogliamo valutare la complessità appartiene a quest'ultima classe. La definizione aristotelica si interpreta tramite due operazioni di somma e parti:

- (1) è data una speciale trasformazione $S: O \rightarrow T$ dagli oggetti ai composti, che, per definizione, è semplice o non complessa (la somma);
- (2) è data una trasformazione $P: T \rightarrow O$ dai composti agli oggetti (le parti);
- (3) è data una funzione distanza $d(c_1, c_2)$ tra i composti c_1 e c_2 in T ;
- (4) i tre oggetti matematici precedenti forniscono una misura della complessità di un composto c in T definita come la sua distanza dal composto semplice ottenibile con le stesse parti. Cioè: se $P(c)$ sono le parti di c , allora $S(P(c))$ è il composto semplice che ha le stesse parti di c , e $d(c, S(P(c)))$ è la complessità di composto c .

Si tratta di una definizione tipicamente matematica, che non si riferisce direttamente ad una specifica contingenza. Per applicarla è necessario un lavoro di costruzione di un modello matematico, nel senso che bisogna fare le opportune scelte per l'elenco degli oggetti O , l'elenco dei composti T , definire

le due operazioni somma S e parti P , definire una opportuna distanza $d(c_1, c_2)$ tra gli elementi di T .

Facciamo un esempio artificioso, ma utile per illustrare il meccanismo. Se i componenti sono insieme con ripetizione delle cifre binarie 0 e 1, e i composti sono le parole binarie di lunghezza 5, possiamo usare come distanza il numero di cifre diverse. Con questa distanza i composti $c_1 = 01011$ e $c_2 = 01101$ sono a distanza $d(01011, 01101) = 2$ perché la terza e la quarta cifra sono diverse. Definiamo come parte di una parola l'insieme delle cifre che la compongono, $P(01011) = "0$ due volte e 1 tre volte"; definiamo come somma S la parola che si ottiene mettendo prima tutti gli zeri poi tutti gli uni, cioè $S(0$ due volte e 1 tre volte) = 00111. Allora la distanza tra $c = 01011$ e $S(P(c)) = 00111$ è $d(01011, 00111) = 2$.³

Questo tipo di teoria è suscettibile sia di sviluppi matematici che applicativi. La ricerca matematica si occuperà di mettere in relazione questa definizione di complessità con le altre disponibili e di studiarne le proprietà. Nelle applicazioni si tratta di valutare se questo metrica è utilizzabile. Ad esempio, si potrebbero valutare diversi quadri clinici dal punto di vista di questa valutazione della complessità per vedere se da questa misura si possono ricavare criteri per la diagnosi e per la scelta delle terapie.

5. CONCLUSIONI

Questa breve illustrazione di alcuni criteri di complessità dal punto di vista della ricerca matematica e applicata mi permette di trarre alcune conclusioni.

Primo, l'interesse attuale negli ambienti scientifici, tecnici, gestionali e politici per la complessità è giustificata dalla sua effettiva utilità per concettualizzare e modellare situazioni difficili e dalla potenziale disponibilità di strumenti scientifici e tecnici per operare utilmente.

Secondo, gli strumenti matematici disponibili o in corso di sviluppi sono sia strumenti classici di metodologia consolidata, sia strumenti nuovi in corso di sviluppo.

Dal punto di vista filosofico, la nozione di complessità una delle direzioni nelle quali sono in corso di definitivo superamento le concezioni positivistiche del mondo, che erano basate su acquisizioni scientifiche di tipo meccanico, dunque non relative a sistemi complessi.

³Più tecnicamente diciamo che Nihat Ay considera ad esempio come composti le distribuzioni di probabilità congiunte in un modello statistico, come parti le Più tecnicamente diciamo, per il lettore che conosce la statistica, che Nihat Ay considera ad esempio come composti le distribuzioni di probabilità congiunte in un modello statistico, come parti le distribuzioni marginali, come somma la distribuzione congiunta ottenuta con l'ipotesi di indipendenza, e come distanza una entropia relativa.