INTRECCIO TRA SAPERI

CICLO DI SEMINARI DI STUDIO *ONLINE*

SETTIMA TAPPA

Probabilità e teologia

Pascal, Bayes, Bartholomew, Plantinga

Giovanni Pistone

6 giugno 2022

https://www.giannidiorestino.it - giovanni.pistone@carloalberto.org

Probabilità e teologia? Veramente?

- Questo tema mi è stato suggerito dal nostro direttore Giandomenico Boffi, che ringrazio. Il tema è rischioso, nel senso che si rischiano la banalità e l'irrilevanza nel tentare di connettere due temi che, per loro natura e dimensione, potrebbere non poter stare nella stesso discorso. Ma questa serie INTRECCIO TRA SAPERI suggerisce proprio di tentare matrimoni difficili.
- Nel mio caso non si tratta di una presentazione di ricerche metodologiche dirette a qualificare e giustificare un discorso di sintesi, come è stato in molte presentazioni precedenti. È mia convinzione che i vari argomenti che si oppongono ad un discorso unitario, cioè, per esempio, "l'ateismo metodologico è la buona pratica delle scienze empiriche", oppure "ci sono due magisteri indipendenti, uno per la scienza, l'altro per la fede", oppure il classico "una cosa è il come e un'altra il perché", non producano programmi di ricerca utili al quell' "interpretazione del reale" che Sefir si propone.
- Cioè penso che sia preferibile mettere i due discorsi sullo stesso tavolo e maneggiarli con gli stessi strumenti concettuali. Con la precisazione che per probabilità qui si intende la matematica del caso e per teologia si intende la teologia cristiana.

Con quale autorità?

- Il difetto ovvio dei programmi interdisciplinari è la mancanza di studiosi in grado di dominare allo stesso modo tutti gli ambiti. Ma è realistico avere dei programmi di ricerca in cui un campo viene osservato con gli occhi di un'altro ottenendo comunque risultati utili. È il modo in cui lavorano la matematica applicata da un lato e la fisica matematica dall'altro.
- La probabilità è una matematica applicata. Per questo, sono qualificato con un diploma di 3me cycle ottenuto a Rennes (Francia) nel lontano 1975 e un lungo periodo di insegnamento e ricerca in quattro università sabaude, Università di Torino, Politecnico di Torino, Università di Genova, Università di Nizza.
- Dal lato Teologia, la mia qualificazione è molto inferiore. Ho un diploma (undergraduate) della Facoltà Valdese di Teologia di Roma e l'ordinazione a predicatore locale per la chiesa Valdo-Metodista, una chiesa riformata italiana.

Parte I
Tesi

Questa presentazione è dedicata al professor Ettore Carruccio (1908 - 1980) che mi ha avviato a queste riflessioni nel lontano 1964. Ringrazio il socio Lamberto Rondoni che ha ascoltato e commentato una prima versione di questa presentazione.

Le mie tesi

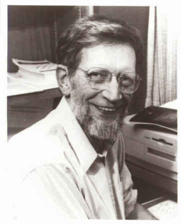
1. Si usa dire che evento è casuale se è privo di causa finale (Aristotele) e che eventi casuali risultano dall'incontro non voluto tra due catene causali. Si parla anche di una contrapposizione in natura tra determinismo e indeterminismo. Ma queste sono false piste per il mio discorso.

2. La probabilità come teoria matematica e come applicazioni è moderna: nasce nel decennio 1660-1670 (Pascal 1623-1662) pescando nello stesso humus religioso, filosofico, politico, scientifico, cui attinge la nascita della meccanica (Newton 1642-1726).

3. La nuova teoria nasce non come teoria critica del caso nel senso (1) ma come metodo per aritmetizzare il caso e per e metterlo a frutto. Inizialmente studia i dispositivi tecnici e giuridici che generano il caso e l'economia che ne dipende: il gioco d'azzardo, le scommesse, le assicurazioni commerciali e previdenziali, le misure sperimentali. Poi verrà la fisica statistica.

4. Le scoperte teoriche interagiscono e si confondono con concetti di rilevanza filosofica e teologica, come si vede alcuni autori: Blaise Pascal, Thomas Bayes, David J. Bartholomew, Alvin Plantinga.

Fonti I

- I quattro personaggi hanno tutti lo stesso sorrisetto, che, ai miei occhi significa: "so alcune cose vere e posso dirtele." Non hanno il cipiglio del moralista e neppure l'occhio rovesciato del mistico.
- Il fatto è che c'è in questi autori un'evidente concordanza tra la comprensione del proprio sapere scientifico e le varie nozioni di rivelazione nel senso biblico.

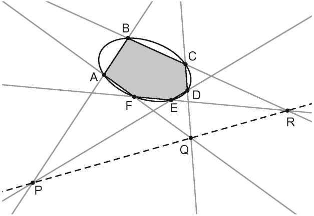
Una parabola

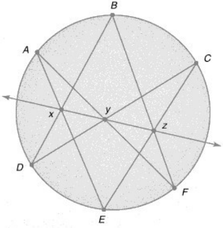
- Non voglio discutere del concetto di caso come dipendente da una teoria filosofica indeterminista.
- *Il caso è come una madre che quando il bambino è andato in giardino si domanda "Si sarà allacciato i sandali?" Poi, quando il bambino ritorna piangendo, gli dice "Se ti fossi allacciato i sandali, non saresti caduto." E il giorno dopo gli compra delle scarpe con il velcro.*
- Spiegazione: "Caso e Necessità"
    1. C'è caso quando conosco esaustivamente cosa potrebbe essere, ma non cosa è.
    2. C'è probabilità quando valuto l'incertezza dicendo che cosa è probabile e cosa non lo è.
    3. Un agente produce un'azione certa.
- Questo stesso schema è anche usato nelle applicazioni tecniche e fisiche, e si porta dietro il rischio dell'antropomorfismo per la presenza di un agente in (3). D'altra parte questo modo evita la superstizione di considerare come agente il "caso" (1).

Parte II
Pascal e Bayes

Blaise Pascal (1623 – 1662)

- BP è figlio di un esattore delle imposte e, prima di tutto, un matematico. Forse il suo primo risultato è una proprietà delle coniche. Fatto un esagono con i sei vertici su una conica, per esempio un'ellisse o un cerchio, in un cerco ordine come $A \to B \to C \to D \to E \to F \to A$, le **tre intersezioni delle coppie di lati opposti sono allineate**.





- Lavora anche sulla **statica dei fluidi**, sulle **macchine calcolatrici**, sulla **probabilità**.
- Dopo la conversione al **Dieu d'Abraham, Dieu d'Isaac, Dieu de Jacob, non des philosophes et des savants**, aderisce al giansenismo, una posizione teologica a volte associata alla Riforma.
- È tutto rilevante, ma cominciamo con i contributi alla probabilità.

Distribuzione di Pascal I

- In prove binarie ripeture, i casi sono le sequenze (parole) binarie finite o infinite. Per esempio, un caso (campione) di $n = 7$ prove è $\omega = 1000101$. In questo caso ci sono $r = 4$ fallimenti e $s = 3$ successi.
- Se p è la probabilità di singolo successo e le prove le vogliamo indipendenti, la probabilità di una sequenza finita è un prodotto di p per ogni 1 e $(1 - p)$ per ogni 0. Per esempio, la sequenza sopra ha probabilità
$p(\omega) = p(1 - p)(1 - p)(1 - p)p(1 - p)p = p^{s(\omega)}(1 - p)^{r(\omega)}$.
- La probabilità di avere s successi prima dell'r-mo insuccesso è $\binom{r+s-1}{s} p^s (1 - p)^r$.
- Se l'accordo è che il gioco s'interrompe all'r-mo insuccesso e per ogni successo si vince 1, allora la vincita attesa è $\sum_{s=0}^{\infty} s \binom{r+s-1}{s} p^s (1 - p)^r = r \frac{p}{1-p}$, cioè r volte la quota di scommessa singola (odds).

Distribuzione di Pascal II

- Tutto questo ha senso perché esiste un patto tra i giocatori che conduce a effetti certi del risultato del gioco e delle decisioni dei giocatori.
- Più precisamente, vediamo le caratteristiche dell'argomento, e perché rappresenta una grossa deviazione dalle nozioni di caso come assenza di cause finali. Abbiamo una istanza della definizione moderna di struttura matematica probabilistica.
    - L'accento non è sulle cause ma sulla descrizione dei *casi possibili*. L'elemento primo della struttura ne è l'elenco esaustivo, lo spazio dei casi (campioni), $\omega \in \Omega$.
    - Il secondo elemento è l'individuazione di una famiglia $A \in \mathcal{F}$ di proposizioni $p \colon \Omega \to \{V, F\}$, che definiscono gli eventi di interesse per estensione, $A = \{\omega \in \Omega | p(\omega) = V\}$.
    - Il terzo elemento è la definizione univoca, anche se implicita, della probabilità, vista come regola che attribuisce ad ogni evento un valore numerico $\mathbb{P} \colon A \mapsto \mathbb{P}(A) \in [0, 1]$.

Distribuzione di Pascal III

- L'uso consiste nel calcolo di una probabilità $P(A)$ (o un valore atteso o altro ...) che viene usata per una decisione efficace.
- la casualità interviene in questo discorso come mezzo per generare le probabilità (per esempio i dadi o un altro dispositivo).
- Notiamo il cambiamento di prospettiva, dal caso subito al caso prodotto per uno scopo. Notiamo poi l'intervento delle strutture matematiche, cosa che dirige l'attenzione alla ricerca di enunciati necessariamente veri in una situazione incerta.
- Questo nuovo sviluppo è parallelo alla contemporanea evoluzione della fisica. La meccanica Newtoniana smette di domandarsi quali sono le cause del moto, ma riesce ad individuare una nuova descrizione dello stato di un oggetto materiale, consistente nella sua massa inerziale, la sua posizione dipendente dal tempo in un sistema di riferimento e la sua velocità in quel sistema di riferimento. In particolare, la scoperta che l'elenco esaustivo degli stati è l'insieme delle coppie posizione e velocità è il salto che gli antichi non potevano immaginare.

La *scommessa* di Pascal I

- Un gioco è una struttura in cui ci sono casi possibili e azioni possibili. A seconda della probabilità e dell'azione si ha un valore di utilità. Questo valore di utilità produce un effetto certo.
- È un elemento essenziale della retorica matematica la ricerca e l'uso del "più semplice caso non banale." Nel caso di un gioco, il più semplice caso non banale ha $4 = 2 \times 2$ casi possibili, corrispondenti a due alternative binarie.
- Pascal applica il modello probabilistico, nella sua versione più semplice, ad un tema dell'apologetica. La prima alternativa è "D. esiste" contro "D non c'è", scriviamo $\{D_+, D_-\}$; la seconda alternativa è la scelta di una "vita pia" contro una "vita empia," diciamo $\{V_+, V_-\}$. Dunque $\Omega = \{D_+V_+, D_-V_+, D_+V_-, D_-V_-\}$.
- Il valore dell'utilità U è "tutto" nel caso D_+V_+, $U(D_+.V_+) = \infty$ e "nulla" negli gli altri casi, $U(D_-V_+) = U(D_+V_-) = U(D_-V_-) = 0$. Questa è una specifico modello delle "cose ultime," altri potrebbero considerare utilità diverse, ma essenzialmente simili.

La *scommessa* di Pascal II

- Qualunque probabilità positiva io attribuisca all'evento "D. c'è" cioè $\{D_+V_+, D_+V_-\}$, il valore dell'utilità attesa nel caso dell'azione "vita pia" è sempre ∞.
- La scommessa di P. merita vari commenti:
  - Si applica un argomento nato nel gioco d'azzardo ad un argomento di fede: nessun doppio standard!
  - Si ipotizza che si può effettivamente e sensatamente considerare l'alternativa "D. cè" - "D. non cè". Questo è discutibile perchè D. (quello dei filosofi) è normalmente visto come essere necessario. Almeno bisogna dire che in questo caso le due alternative sono molto grandi, più che casi, sono due "mondi possibili." Gottfried Wilhelm Leibnitz (1646 – 1716) ascolta.

La *scommessa* di Pascal III

- Di quale D. si sta parlando? Sembra che sia il *Dieu d'Abraham, Dieu d'Isaac, Dieu de Jacob non des philosophes et des savants.* Il Dio che ripetutamente pone davanti al popolo di Israele l'alternativa tra l'essere pio o empio, e l'alternativa tra la vita e la morte. Come in un gioco, siamo in presenta di un patto.

Epistemologia I

- Ho esposto tre enunciati matematici di Pascal. Bisogna spiegare in che cosa consiste la particolarità degli enunciati matematici nel sistema complessivo delle credenze e delle conoscenze.
- La matematica è ciò che fanno i matematici (Bertrand Russel). Precisamente, un enunciato matematico fa parte del sistema di credenze (belief) del matematico, che lavora per ottenerne sempre di nuovi.
- Nessun matematico ritiene di aver creato o inventato l'enunciato matematico, ma sa di averlo **scoperto**. Gli enunciati matematici sono insiemi di parole che vengono dette per una prima volta e poi tramandate da una generazione all'altra. ma queste particolari parole hanno caratteristiche peculiari.
    1. Ogni enunciato vero è *inemendabile*: dopo averlo trovato (cioè capito), il risultato è **definitivo**. Non posso cambiare una pennellata o modificare una rima per migliorarlo.
    2. È **vero** nel senso che negarlo o comportarsi come se non fosse vero è pericoloso e auto-distruttivo.

Epistemologia II

3. Inoltre, questo enunciato è **comunicabile** ad altri senza perdita alcuna. Il teorema che aveva in mente Pascal è identico al teorema di Pascal che avevo in testa io quando me lo hanno chiesto all'esame di Geometria 1. Inoltre, se ora l'ho dimenticato, posso, lavorandoci, ricostruirlo nuovamente nella mia testa perfetto; e posso insegnarlo a qualcun altro. Per i ricercatori, questa è la caratteristica più stupefacente.

- Per queste tre ragioni, il matematico ritiene che si tratti della rivelazione di una delle strutture fondamentali del creato. Nessuna di queste proposizioni vere può essere negata senza distruggere tutto. Nemmeno D può cambiarle a meno che non decida di annullare la creazione.

Epistemologia III

- Parafrasando grossolanamente A. Plantinga, uno dei miei autori, credenze di questo genere, cioè inemendabili e che non si possono negare senza gravi conseguenze cognitive e pratiche, costituiscono le *credenze di base* in un sistema di credenze che pretenda di essere conoscenza. Per esempio, oltre agli enunciati logico-matematici, ci sono le sensazioni, i risultati dell'osservazione deliberata, la credenza che le leggi fisiche siano conoscibili, la credenza nel libero arbitrio, la credenza che le mie azioni hanno una conseguenza, la credenza che esista il passato, la credenza che esista il futuro, la credenza che ci sono altre menti oltre la mia, la fede nel D confessato da Pascal. Nessuna di queste credenze è empirica, sono tutte rivelate. Tutte la altre numerosissime credenze empiriche che ci fanno conoscere, vivere e prosperare si appoggiano su quest'unico sistema di base. Se i sistemi sono due, perché ci sono due magisteri, allora c'è un problema, e si rischiano seri problemi psichici. Anche accademia e chiesa ne vengono danneggiate.

Thomas Bayes (1701 – 1761)

- TB è stato, come suo padre, pastore di una chiesa non-conformista (cioè non anglicana, ma riformata). Studia logica e teologia a Edinburgo. Bayes è eletto membro della Royal Society nel 1742, pare, sulla base di un trattato di analisi matematica. Si interessa di probabilità, pare, a partire del lavori di Abraham de Moivre, un matematico francese trasferitosi a Londra.
- Il suo fondamentale contributo alla probabilitià è stato pubblicato postumo dal suo amico Richard Price.
- Price, come Bayes, è un pastore non conformista e membro della Royal Society. Al contrario di Bayes, scrive molto: di politica, per esempio appoggiando l'indipendenza delle colonie americane, e di assicurazioni pensionistiche, scrivendo un diffuso manuale e lavorando come consulente.
- Bayes, Price, e molti altri ecclesiastici altri precedenti e contemporanei si occupano di un tema peculiare, evidentemente collegato con con le loro ricerche scientifiche. Cioè: come si vede l'opera della provvidenza divina nei fenomeni collettivi? O meglio: nei fenomeni casuali?

La statistica Bayesiana I

- Con Bayes (o forse è Price?) si sale di un livello di astrazione. In Pascal e gli altri fondatori ci sono i casi dello spazio dei campioni da un lato e la probabilità di sceglierli dall'altro. E se le probabilità stesse diventassero un caso? Costriamo l'esempio più semplice.
- Consideriamo due tipi di monete A e B. Le monete hanno rispettivamente probabilità di T pari a p_A e p_B. Consideriasmo questo esperimento: estraggo una moneta da un'urna che contiene a monete di tipo A e b monete di tipo B. Poi lancio la moneta e il risultato è T o C. Quale è la probabilità che la moneta inizialmente scelta sia di tipo A se ho ottenuto T?
- Lo spazio campionario in questo caso è $\{AT, BT, AC, BC\}$ e non è difficile fare l'esercizio di calcolare le probabilità di ogni caso e poi la probabilità condizionata richiesta.
- Il punto fondamentale è che qui siamo condotti a pensare ad un'ipotesi ("è A" oppure "è B") come ad un caso possibile dotato di una sua probabilità calcolata sulla base di una probabilità a priori ed una verosimilianza sperimentale.

La statistica Bayesiana II

La tabella delle contingenze è

$$
\begin{array}{c|cc|c}
 & T & C & \\
\hline
A & \frac{a}{a+b}p_A & \frac{a}{a+b}(1-p_A) & \frac{a}{a+b} \\
B & \frac{b}{a+b}p_B & \frac{b}{a+b}(1-p_B) & \frac{b}{a+b} \\
\hline
 & \frac{ap_A+bp_B}{a+b} & \frac{a(1-p_A)+b(1-p_B)}{a+b} & 1
\end{array}
\tag{1}
$$

e la probabilità dell'ipotesi A nel caso in cui si sia estratto T è

$$
P(AT, AC|AT.BT) = \frac{P(AT)}{P(AT, BT)} = \frac{a}{a+b}p_A \times \frac{a+b}{ap_A+bp_B} = \frac{ap_A}{ap_A+bp_B} \tag{2}
$$

Per esempio, con $a = 2$, $b = 1$, $p_A = 1/2$, $p_B = 1/3$ la probabilità è

$$
\frac{2\frac{1}{2}}{2\frac{1}{2} + 1\frac{1}{3}} = \frac{3}{4}
$$

La statistica Bayesiana III

- Più precisamente, Bayes (e Price), fanno un ulteriore passo avanti. Rinunciano alla moneta come concreta produzione del caso, ma considerano direttamente l'insieme delle probabilità possibili θ come rappresentato dall'intervallo reale unitario $\theta \in [0, 1]$. La misura geometrica di un sotto-intervallo $[a, b] \subset [0, 1]$, $m([a, b]) = b - a$ è essa stessa un numero tra 0 e 1 che rappresenta la probabilità (geometrica!) che la probabilità θ sia nell'intervanno assegnato. Il calcolo precedente è perfettamente fattibile in questo caso, e la formula di Bayes produce una nuova probabilità geometrica.
- Questa **probabilità geometrica** è una quantità estensiva e corrisponde ad uno sviluppo concettuale parallelo a quello della fisica dei fluidi che molti dei primi probabilisti coltivano (Pascal, Bernoulli).

Parte III
Bartholomew e Plantinga

Molti sviluppi: dal 1660 al 1980 I

- La **statistica bayesiana**, cioè l'idea che le ipotesi sono casi possibili come gli altri si sviluppa in una concezione cosidetta **soggettiva** per le ipotesi stesse sono finzioni e la probabilità è l'espressione di un grado di ignoranza che si fa evolvere sulla base dell'esperienza con la formula di Bayes.

- Un'altra corrente, cisidetta **frequentista**, per lungo tempo maggioritaria, nega che abbia senso realistico mettere probabilità a priori sulle ipotesi, ma sostiene che bisogna ragionare sistematicamente nello schema del gioco, precisamente la ricerca è un gioco di Uomo contro Natura: la Natura propone un parametro di un fenomeno casuale e l'Uomo deve scoprirlo con un esperimento. Si definisce un costo che dipende da quanto il risultato indovinato si avvicina in media a quello vero e questo costo a priori conduce alla scelta dell'esperimento migliore. Questo paradigma è universlmente accettato nella ricerca industriale e nell'apprendimento automatico (machine learning). In particolare, questo approccio considera la nozione di **significatività**: se in un esperimento associato ad una certa ipotesi sulla probabilità produce risultati che appartengono ad

Molti sviluppi: dal 1660 al 1980 II

un insieme di risultati di probabilità molto piccola, allo l'ipotesi fatta deve essere rifiutata. Grossolanamente, se quello che succede ha probabilità a priori piccola, allora deve mettere in allerta: è uno dei principi generali del comportamento animale nell'ambiente.

- È riconoscibile una affinità fra le ricerche probabilistiche iniziali e i primi studi di statica e dinamica dei fluidi: Pascal e Bernoulli sono nomi che ricorrono in entrambi i campi. La probabilità geometrica che viene introdotta dopo Bayes è una quantità estensiva come quelle che intervengono nella meccanica dei continui e nella temodinamica. La probabilità che era un'opinione del giocatore, diventa in fisica uno stato della materia. Stato macroscopico corrispondente ad un certo stato miscroscopico.

Molti sviluppi: dal 1660 al 1980 III

- Ritorna l'antica concezione di caso come prodotto di una meccanica incontrollata in una teoria del caos prodotto dalle leggi meccaniche. Qui la probabilità diventa conteggio delle ricorrenze, o teoria ergodica. L'esempio che oggi sotto gli occhi di tutti è il clima globale: oggetto deterministico per natura, ma caotico per la forma della terra e delle caratteristiche dei materiali, dunque imprevedibile salvo osservazioni molto accurate.
- L'elenco potrebbe continuare con una lista molto lunga: controllo statistico, controllo della qualità, epidemie, finanza matematica, genetica applicata . . . La recente epidemia ha portato ad una comunicazione pubblica piena di concetti statistici.
- Restano fuori dal mio discorso tutti quei fenomeni fisici che sono considerati "intrinsecamente aleatori."

Molti sviluppi: dal 1660 al 1980 IV

- Alcuni di questi temi hanno in effetti suggerito nuove versioni del tema tradizionale del riconoscimento dell'azione di D nel creato a fronte dei concetti che probabilità e statistica ci suggeriscono. Un esempio è il cosidetto **principio antropico**: la valutazione probabilitstica dei vari stati dell'universo possibili, sian possati o presenti o futuri, deve essere condizionata ai questi universi che sono compatibili con la nostra presenza qui ora.
- Un'altro tema che è stato molto discusso è se la casualità del meccanismo di evoluzione neo-darwiniano renda o meno inverosimile la presenza di un piano divino. Qui il meccanismo di base suggerito (selezione $\rightarrow$ mutazione $\rightarrow$ riproduzione) ha un contenuto matematico studiabile indipendentemente dall'applicazione all'evoluzione.

Algoritmo genetico

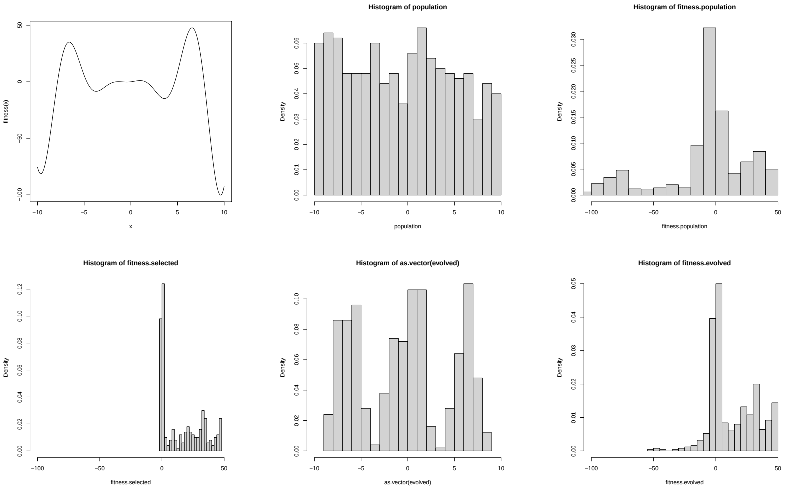
- Consideriamo una popolazione di N individui ciascuno dei quali ha un valore di una caratteristica presa in un insieme X. I valori dei singoli individui sonoi $x_1, x_2, \dots, x_N$. Gli individui sono per noi scambiabili.
- È data una funzione fittness $F \colon X \to \mathbb{R}$.
- Si calcola la fittness di ogni individuo, ottenendo la popolazione numerica $F(x_i), F(x_2), \dots$
- Si seleziona un quantile superiore di individui, per esempio, la metà che ha i valori più alti.
- Si generano due individui da ciascun individuo introducendo piccole variazioni casuali.
- Teorema: **La distribuzione converge ad una distribuzione stabile con alta fittness media**. Tecnicamente, è una catena di Markov.
- **Il meccanismo di selezione agisce tramite una interazione tra gli individui della popolazione.**
- **La casualità permette di esplorare tutto lo spazio** X. Qui ci sarebbe una funzione creativa della casualità.

Algoritmo genetico: R

```
# funzione di fitness
fitness <- function(x) (x^2+x)*cos(x)
lbound <- -10; ubound <- 10
pdf(file="fitness.pdf")
curve(fitness, from = lbound, to = ubound, n = 1000)
dev.off()
# popolazione iniziale
population <- runif(500, min = -10, max = 10)
pdf(file="population.hist.pdf")
hist(x=population,breaks=20,xlim=c(-10,10),probability=TRUE)
dev.off()
# fitness della popolazione iniziale
fitness.population <- fitness(population)
pdf(file="fitness.hist.pdf")
hist(x=fitness.population,breaks=20,xlim=c(-100,50),probability=TRUE)
dev.off()
# selection
cut <- median(fitness.population)
selected <- population[fitness.population >= cut]
fitness.selected <- fitness(selected)
pdf(file="fitness.selected.hist.pdf")
hist(x=fitness.selected,breaks=20,xlim=c(-100,50),probability=TRUE)
dev.off()
# evolution
reproduce <- function(x) rnorm(2,x,.5)
evolved <- as.vector(apply(X=as.matrix(selected),MARGIN=1,FUN=reproduce))
pdf(file="evolved.population.pdf")
hist(as.vector(evolved),breaks=20,xlim=c(-10,10),probability=TRUE)
dev.off()
# fitness of evolved population
fitness.evolved <- fitness(as.vector(evolved))
pdf(file="fitness.evolved.pdf")
hist(fitness.evolved,breaks=20,xlim=c(-100,50),probability=TRUE)
dev.off()
```

Algoritmo genetico: esecuzione

$$\text{fitness}\colon [-10, 10] \ni x \mapsto (x^2 + x)\cos x \in [-100, 50]$$



David J. Bartholomew (1931–2017)

- DJB è stato professore di Social Statistics presso la London School of Economics and Political Sciences (LSE) di Londra dal 1973 al 1996 e presidente della Royal Statistical Society dal 1993 al 1995. In particolare, si è occupato di applicazioni alla gestione del personale e alla psicometria.
- DJB ha ricoperto vari incarichi nella chiesa metodista dove ha ricoperto, in particolare quello di predicatore locale.
- DJB ha pubblicato vari libri i cui titoli richiamano tutte le parole chiave del mio discorso.
  - *God of Chance* SCM Press (1984)
  - *Uncertain Belief. Is it Rational to be Christian?* Chlendon Press Oxford (1996)
  - *God, Chance and Purpose* Cambridge University Press (2008)
- Nel 1988 ha pubblicato sul *Journal of the Royal Statistical Society, Series A (Statistics in Society)* un articolo con discussione dall'esplicito titolo "Probability, Statistics and Theology." Questo fatto è indicativo di una peculiare situazione inglese, dove interventi accademici nel campo della *teologia naturale* sono stati comuni.

J. R. Statist. Soc. A (1988)
151, *Part* 1, *pp.* 137–178

Probability, Statistics and Theology

By D. J. BARTHOLOMEW†

London School of Economics and Political Science, UK

[*Read before the* Royal Statistical Society on *Wednesday, November 11th, 1987,*
Dr J. A. Nelder *in the Chair*]

SUMMARY

Probability and statistics find application across the whole range of the sciences and humanities. Their use in the field of religion is not new but has received a fresh impetus from the significant role played by chance in modern physics and biology. Added to this is the increasing use of probability and statistical methods by philosophers, historians and biblical scholars. This paper traces the statistical thread which connects a varied set of issues all concerning the origin, nature and purpose of the world we live in.

Keywords: ANTHROPIC PRINCIPLE; BIOLOGY; BAYES' THEOREM; BELIEF; BIBLICAL STUDIES; HUMAN TESTIMONY; MIRACLES; PHILOSOPHY; PHYSICS; THEOLOGY

1. INTRODUCTION

It has been the tradition of the Society to address itself to any field of knowledge in which statistical and probabilistic ideas find an application. One of these, which is enjoying something of a revival at the present time, is natural theology which is concerned with the rational approach to that range of ultimate questions about the origin, nature and purpose of the world. Such matters were once the concern of most practising scientists and men such as Isaac Newton, John Ray, Robert Boyle and William Derham all contributed. The so-called New Physics and New Biology with their emphasis on the fundamental role of chance have raised again many of the old questions in a form which brings them squarely into the statisticians's ambit. Almost all of the running in the debate has been made by physicists and biologists and the principal purpose of this paper is to acquaint statisticians with the state of the argument and to encourage them to take part. The statistical interest is not confined to relationships between science and theology but it extends also into the frontiers with history and philosophy and both of these are included in our review.

The subject is not entirely foreign to the affairs of the Society. As we shall see Charles Babbage, one of our founders, made a notable contribution and a full list would have to include both Prince Albert (see the *Journal*, 1860, pp. 277–288) and Florence Nightingale. More recently Sir Maurice Kendall's presidential address touched upon these matters. Karl Pearson, as Pearson (1978) clearly shows, was well versed in the theological niceties which concerned the subjects of his history of statistics and Francis Galton, we are told, proposed an experiment to test the efficacy of prayer (Barnard, 1985, apparently, actually started a sequential trial, see discussion on Armitage and Bather, 1985).

The broad class of questions facing us concerns whether it is reasonable, on the evidence of nature and history, to infer that the universe had its origin in the action of a supreme being and, if so, what can be learnt about the purposes and nature of that being. Probability and statistics enter because the matter is fraught with

† *Address for correspondence*: Dept of Statistical and Mathematical Science, London School of Economics, Houghton St, London WC2A 2AE, UK.

0035–9238/88/151137 $2.00

Level 1

Includes the hypotheses about the origin of the cosmos, usually limited to two: either it is the result of the purposeful act of a supreme being or it is not. We denote these by H and $\sim H$ respectively.These are usually regarded as simple hypotheses though there are difficulties about this especially in the case of $\sim H$.

Level 2

Relates to the initial conditions of the universe. For our purposes this has two aspects (a) the values of the universal constants and (b) the initial state of matter which here means whether it was totally chaotic or constrained in some way. The set of 'constants' will be denoted by c; at the creation and under $\sim H$ these are to be thought of as realised values of random variables. The initial state of matter will be denoted by S.

Level 3

Concerns the present state of the universe. At one extreme this could be a complete global description and at the other some particular feature like the existence of our solar system. Any such description will be denoted by w and W will refer to any set of w's which are to be regarded as equivalent for the inference in question. For example, any form of self-reproducing entity might count as 'life'.

Within a Bayesian framework one might aim to say something about the probability $P(H \mid w)$ where w is the sum total of human knowledge, including c. This would involve the prior probability of H and this poses difficulties which are more acute than usual

Whether or not we should be surprised at some happening is presumably related to its probability and it therefore seems useful to analyse what is implied by the principle in probability terms.

One interpretation would be as follows. Let C be the set of initial conditions capable of leading to our existence. Then although the probability $P(C) = P(c \in C)$ might well be judged, *a priori*, to be very small (because C is very small) the probability we should really consider is the one which takes account of our existence, namely $P(C \mid w)$. According to Bayes' theorem

$$P(C \mid w) = \frac{P(C)P(w \mid C)}{P(C)P(w \mid C) + P({\sim}C)P(w \mid {\sim}C)} \tag{1}$$

and since we have supposed that w is impossible on ${\sim}C$ then $P(C \mid w) = 1$ regardless of the values of $P(C)$ or $P(w \mid C)$. Even if we allow $P(w \mid C)$ to be near zero it may still be the case that $P(C \mid w)$ is close to 1. The statement $P(C \mid w) = 1$ might then be regarded as a formal version of the anthropic principle. It does, indeed, tell us that we should not be surprised to find a remarkable coincidence in the initial parameters but it is only another way of saying that such and such conditions are necessary for our existence. It is of no help in explaining why there was such a universe in the first

We shall therefore be interested in using Bayes' theorem to say something about probabilities of the form $P(h \mid e \text{ and } k)$, where h is a hypothesis,in the light of judgements about the prior probability $P(h \mid k)$ and the 'likelihood' $P(e \mid k)$. Recalling that we can only make ordinal statements about probabilities, Swinburne defines two kinds of inductive argument as follows:

(a) An argument from evidence e to the truth of the hypothesis h is a correct C-type inductive argument if and only if

$$P(h \mid e \text{ and } k) > P(h \mid k). \tag{4}$$

(b) An argument from e to h is a correct P-type inductive argument if

$$P(h \mid e \text{ and } k) > \tfrac{1}{2} \tag{5}$$

that is if h is more probable than its complement. The major part of Swinburne's book is concerned with the investigation of each of the main arguments for and against theism within this framework. He concludes that, before the evidence of human experience is included, the posterior probability that God exists is not close to zero or one. When the evidence from experience is added in, and for reasons set out in some detail in his Chapter 13, Swinburne concludes that on all the evidence available there is a good P-inductive argument for theism. This is no more than a very brief outline of a closely argued case and the reader must consult the book for further details.

Alvin Plantinga (1932-)

- È un **filosofo analitico della religione**. Ha insegnato prevalentemente in college religioso in Michigan, la Calvin University, di ispirazione neo-calvinista olandese. È una posizione conservatrice, che ammette **un solo magistero**, quello di Cristo.
- Il suo allievo Michael Rea (PhD 1996 Notre Dame), promotore di quella che ha chiamato **teologia analitica**, caratterizza (2009) questo stile teologico così:
  - P1 Write as if philosophical positions and conclusions can be adequately formulated in sentences that can be formalized and logically manipulated.
  - P2 Prioritize precision, clarity, and logical coherence.
  - P3 Avoid substantive (non-decorative) use of metaphor and other tropes whose semantic content outstrips their propositional content.
  - P4 Work as much as possible with well-understood primitive concepts, and concepts that can be analyzed in terms of those.
  - P5 Treat conceptual analysis (insofar as it is possible) as a source of evidence.

Epistemologia riformata

- P. si è prevalentemente occupato del problema epistemologico posto dalla fede (belief) cristiana. Cioè, polemizzando con vari autori a-telogicici, come li definisce lui, afferma che il credente non viola nessun codice di etica della conoscenza affermando credenze che non sono soggette a verifica empirica.
- Questo problema è affrontato proponendo una una epistemologia basata sulla nozione di *basic belief* che include anche la credenza cristiana.
- Questo metodo è messo in opera discutendo una serie di problemi teologici classici: il problema delle altre coscienze, il problema della realtà del passato e del futuro, il problema del male come negazione di D.; il danno epistemico della Caduta; il *sensus divitatis*; la possibilità del libero arbitrio; gli argomenti cosmologico, teleologico, ontologico; la presenze del piano di D. nell'evoluzione; gli argomenti antropici, la coerenza del naturalismo.
- L'argomentazione ricorre sistematicamente agli strumenti formali della **logica modale** e alla **probabilità epistemica**.

Logica modale e probabilità epistemica

- La **logica modale** è una estensione della logica proposizionale che aggiunge due nuovi operatori. Se p è una proposizione, allora

  - $\Box p$ significa "p è necessariamente vera", e
  - $\Diamond p$ significa "p è possibilmente vera"

  Allora, per esempio, $\neg\Diamond p \leftrightarrow \Box\neg p$, cioè "se non è vero che p è possibile allora p è necessariamente falsa."

- La logica modale ha una sua **semantica**. Se W è l'insieme dei mondi possibili, allora $\Box p$ è vera se $p(w) = 1$ per ogni $w \in W$. Inoltre, si può considerare che i mondi possibili hanno una struttura di grafo, per cui due mondi possibili possono essere compatibili o no. Questo ha conseguenze sulle implicazioni modali che sono vere.

- Plantinga intende per mondo possibile uno stato di fatto globale. Di tutti i mondi possibili solo uno è attuale, quello attualizzato da D.

- Per Plantinga, la **probabilità epistemica** è una probabilità condizionata sulle proposizioni il cui spazio dei campioni sono i mondi possibili (cf Carnap).

ALVIN PLANTINGA

THE PROBABILISTIC ARGUMENT FROM EVIL

(Received 22 June, 1978)

I. INTRODUCTION: WHAT, EXACTLY, IS THE PROBLEM?

Ever since the days of Epicurus there have been philosophers who believed that the existence of evil constitutes a formidable objection to theistic belief and a powerful argument for atheism. We might call those who urge this argument 'natural atheologians'; just as the natural theologian offers arguments for the existence of God, or for the rational propriety of theistic belief, so the natural atheologian offers arguments for the non-existence of God, or for the rational impropriety of theistic belief. The vast majority of those who offer an atheological argument from evil have held that the existence of evil (or of the amount and kind we find) is *inconsistent* with the existence of a wholly good, omniscient and omnipotent God.[1] So, for example, McCloskey:

> Evil is a problem, for the theist, in that a *contradiction* is involved in the fact of evil on the one hand and belief in the omnipotence and omniscience of God on the other.[2]

G God exists and is omniscient, omnipotent and wholly good

is compatible with

E There are 10^{13} turps of evil

where the *turp* is the basic unit of evil, so that '10^{13} turps' is a name of the evil, past, present and future, the actual world (call it 'α') contains. G and E are consistent, I argued, in the sense that there are possible worlds in which both are true. Pared to bare essentials, the argument proceeded by pointing out that G seems to be consistent with

(1) God is the omnipotent, omniscient and wholly good creator of the world; and every world God could have actualized that contains less than 10^{13} turps of evil, contains less good and a less favorable overall balance of good and evil than the actual world contains.[6]

But the conjunction of G and (1) entials E; hence by a familiar principle of modal logic, G is consistent with E.

Let's agree then, at least for purposes of argument, that G is consistent with E. Now the probabilistic argument contends that E is evidence against G, or that given E, it is unlikely that G is true. And we shall have to ask why the atheologian thinks this is so; what is his reason for thinking G *is* improbable with respect to E? But before we ask that question, let's suppose, for the moment, that the probabilistic atheologian is right and that the fact is, G *is* improbable on E. What is supposed to follow from that? How is that to be construed as an objection to theistic belief? How does the atheologian's argument go from there? It doesn't follow, of course, that theism is false. Nor does it follow that one who accepts both G and E (and, let's add, recognizes that G is improbable with respect to E) has an irrational system of beliefs or is in any way guilty of noetic impropriety. For it could be, of course, that G is improbable with respect to E but probable with respect to something else we know. I might know, for example, both that

(2) Feike is a Frisian and 9 out of 10 Frisians can't swim,

and

(3) Feike is a Frisian lifeguard and 99 out of 100 Frisian lifeguards can swim;

it is plausible to hold that

(4) Feike can swim

is probable with respect to (3) but improbable with respect to (2). If, furthermore, (2) and (3) are all we know about Feike's swimming ability, the view that he can swim is more acceptable than the view that he can't, even though we know something with respect to which the former is improbable. Indeed, we might very well *know* both (2) and (4); we might very well know a pair of propositions *A* and *B* such that *A* is improbable on *B*. So even if it were a fact that E is evidence against G or that G is improbable on E, that fact, so far, isn't of much consequence.

What the atheologian must show, if he wants to show that there is a viable objection to theism here, is that on some relevant body of *total* evidence – his own, perhaps, or the theist's, or perhaps a body of total evidence shared by all those who are party to the dispute – G is improbable. If he could show that G is improbable on his *own* total evidence, the atheologian could show that *he* has a good reason for rejecting theism; if he could show that G is improbable on the *theist's* total evidence then he could show, perhaps, that the *theist* is irrational or guilty of noetic impropriety in accepting G. It won't be of any

Probabilità epistemica in Plantinga cit. I

p. 11 Assumeremo come probabilità una relazione ternaria tra due proposizioni e un numero reale ... $P(A|B) = r$ è la proposizione che la probabilità di A rispetto a B è r ... Assiomi per il calcolo delle probabilità possono allora essere presentati come segue (cf. Carnap)

1. $P(A|B) = r$, $0 \leq r \leq 1$.
2. Se B implica A, $(A|B) = 1$.
3. Se $A \& B \& C$ non è possibile e A è possibile, allora $P(B \vee C|A) = P(B|A) \times P(C|A)$.
4. $P(A \& B|C) = P(A|C) \times P(B|C \& A)$.
5. Se A implica B a B implica A, allora $P(A|C) = P(B|C)$ e $P(C|A) = P(C|B)$.

p. 12 Ci sono alcuni teoremi che si dimostreranno utili ...

1. Se B è possibile, $P(A|B) = 1 - P(\neg A|B)$
2. Se $P(B|C) \neq 0$, allora $P(A|B \& C) = \frac{P(A \& B|C)}{P(B|C)}$
3. Se $P(B|C) \neq 0$, allora $P(A|B \& C) = \frac{P(A|C) \times P(B|A \& C)}{P(B|C)}$.

...

Probabilità epistemica in Plantinga cit. II

4 Se $P(A|B) = n$ e A implica C, allora $P(C|B) \geq n$.

Cioè, le conseguenze logiche di una proposizione sono almeno tanto probabili, rispetto ad una data prova, quanto è la proposizione stessa **diciamo che** A **conferma** B **quando** $P(B|A) > 12$.
...L'affermazione dell'a-teologo c̀he

G D è onnipotente, onnisciente e totalmente buono

è improbabile essendo

E Ci sono 10^{13} turp di male.

Rowe argomenta che G è improbabile rispetto a E perché G implica

(12) D è onnipotente, onnisciente e totalmente buono; e il mondo attuale è un mondo migliore di ogni mondo che D potrebbe aver attualizzato e che contiene meno male.

Conclusione

- Secondo alcuni autori, è possibile un discorso **epistemologicamente unitario tra scienze dure e teologia cristiana**. Questo metodo unitario è quello tradizionale della filosofia cristiana: il vero c'è ed è garantito da D. che ha un patto con i suoi cui lo rivela.
- Oltre ad essere possibile, questo discorso unitario è stato praticato da alcuni scienziati e, forse, anche da alcuni teologi.
- Questo metodologia ha benefici effetti sull'autocoscienza del ricercatore e, sopratutto, **produce vera scienza del nuovo e suggerisce curricola interessanti**.
- Nel caso di probabilità e teologia la sapienza congiuntamente esplorata è quella che riguarda l'azione degli agenti umani nella contingenza e la scienza dei fenomeni collettivi.
- Mancano in questa presentazione, ma sono suggeriti come filoni di ricerca:
    1. una discussione del caso in quanto incertezza misurata dall'entropia e la relativa problematica sul tempo.
    2. una menzione della fisica post-newton: fisica statistica, relatività, quantum ...
    3. indeterminismo nella teologia contemporanea.

Note e avanzi

Caveat

Su 1 Esiste una considerevole e importante letteratura sulla contrapposizione tra determinismo e indeterminismo. Sostengo che essa è irrilevante per il discorso che faccio qui. Gli autori di cui parlo se ne occupano marginalmente. Un esempio emblematico degli equivoci che sorgono, è il famoso *Il caso e la necessità* (1970) di Jaques Monod che mostra come la collaborazione tra caso e necessità fornisca un possibile meccanismo evolutivo e poi contraddice questo modello per affermare l'assenza di un piano nell'evoluzione.

Su 4 I quattro nomi scelti hanno in comune di essere quattro scienziati cristiani che si sono occupati di probabilità senza praticare i "due magisteri." Precisamente, Bayes, Bartholomew e Plantinga sono cristiani riformati. Il cristianesimo riformato è una varietà della chiesa occidentale che viene dalla "riforma svizzera" di Zwingli, Bucero, Calvino. Pratica una forma di chiesa in cui l'elemento della Parola è enfatizzato e quello del Sacramento è minimizzato. Oggigiorno è presente in chiese caratterizzate nazionalmente (Olanda, Scozia, Ungheria, Corea), in denominazioni diffuse globalmente (battisti, presbiteriani, metodisti ...) e, sopratutto, nella sua forma congregazionista carismatica o pentecostale.

Note I

- Per Sefir e altre occasioni ho fatto alcuni interventi sul temi simili a questo. In particolare,
    - Caso. Intervento a Nuova Civiltà delle Macchine - SEFIR, Forlì 12 ottobre 2007. Pubblicato su Nuova Civiltà delle Macchine XXVII(1) 2009 71-80
    - Irreversibilità. Intervento a Nuova Civiltà delle Macchine - SEFIR, Forlì 5 maggio 2010. Versione riveduta per la pubblicazione: Predire dall'inizio o spiegare dalla fine? Nuova Civiltà delle Macchine XXX(1) 2012 43-50.
    - Complessità Statistica. Intervento al seminario SEFIR del 25 novembre 2011. Pubblicato col titolo "Complessità, statistica e società" su Nuova Civiltà delle Macchine XXX(4) 2012 49-58.
    - Creation from the End: Mathematical Analogies Contributed paper at the 2014 IRC Conference on Special Divine Action. Oxford, 13-16 July. (Revision by Kenneth A Britsch)

Note II

- Review of: Snezana Lawrence and Mark McCartney, eds, Mathematicians and their Gods: Interactions between mathematics and religious beliefs, Oxford: OUP, 2015. In ESSSAT News & Reviews 26(1) 2016. (Revision by Kenneth A Britsch)
- Recensione di: Francesco Malaspina Dio e l'ipercubo Effatà 2016. Pubblicato su Riforma n. 32 2 settembre 2016 p 6.
- Recensione di: Alvin Plantinga Dio esiste. Perché affermarlo anche senza prove. Rubettino 2011. Pubblicato su Riforma 42 4 novembre 2016 p. 7.
- Recensione di: Giovanni Filoramo Ipotesi Dio. Il divino come idea necessaria Bologna, il Mulino, 2016. Pubblicato online su Riforma.it20 dicembre 2016.
- Recensione di: Emanuele Ciancio L'ultima eresia. Scienza e religione nel dibattito contemporaneo. Edizioni Studium 2016. Pubblicato su Riforma 9 3 marzo 2017 p. 4.

Note III

- Questa esposizione non contiene riferimenti dettagliati. Una bibliografia dei testi utilizzati è in una nota. Una bibliograpfia sintetica è:

  - Ian Hacking. *The Emergence of Probability: A Philosophical Study of Early Ideas about Probability, Induction and Statistical Inference.* Cambridge University Press 1975
  - David J. Bartholomew. Probability, Statistics and Theology (with discussion). *J. R. Statist. Soc.* A (1984) **151** *Part 1*, 137–178.
  - Alvin Plantinga. *God, Freedom, and Evil.* Harper and Row 1974.
- Alvin Plantinga. *Warrented Christian Belief.* Oxford University Press 2000. Roberto Di Ceglie (curatore). *Garanzia della fede cristiana.* Lindau 2014.

Note IV

- Su cosa è la filosofia cristiana oggi, in relazione alla da un lato alla filosofia della religione e dall'altro alla teologia c'è la sintesi in Adriano Fabris *Filosofia delle religioni* Carocci (2012, Cap. 5. Una particolare posizione è in Alvin Plantinga, Advice to Christian Philosophers DOI:10.1093/oso/9780198834106.003.0002, tradotto da di Ceglie in "Appello ai filosofi cristiani, *Rivista di filosofia neo-scolastica* 103(2015)1, 83-110.
- alcune delle idee esposte qui hanno origine nelle lezioni del corso Storia della Matematica tenute da Ettore Carruccio che negli anni 60 all'Università di Torino. In particolare, la possibilità di una sapienza unica, scientifica e teologica insieme, la rilevanza del concetto leibniziano di mondi possibili e la modalità particolare della comunicazione delle verità matematiche. Carruccio attribuiva quest'ultimo concetto ad Agostino nel *de Magistro*. Il suo manuale, Ettore Carrucio *Matematica e logica nella storia del pensiero contemporaneo* Editore Gheroni Torino 1958, ha avuto una traduzione inglese presso Faber & Faber London 1964.